

# Grammaires régulières et automates finis

[max.silberztein@univ-fcomte.fr](mailto:max.silberztein@univ-fcomte.fr)

# Grammaires régulières

- Les grammaires régulières sont équivalentes aux grammaires génératives de type 3, dans lesquelles le membre droit ne peut contenir qu'un symbole terminal, ou alors un symbole auxiliaire et un symbole terminal, ex. **GN** → le **NOM**
- En pratique, les linguistes utilisent plutôt des expressions régulières pour écrire des grammaires rationnelles
- Toute lettre est une expression régulière
- Si  $x$  et  $y$  sont deux expressions régulières, alors  $x \mid y$  est une exp.régulière.
- Si  $x$  et  $y$  sont deux expressions régulières, alors  $xy$  est une exp.régulière.
- Si  $x$  est une expression régulière, alors  $(x)$  est une exp. régulière.
- Si  $x$  est une expression régulière, alors  $x^*$  est une exp. régulière.

# Expressions régulières : exercices

- Sur l'alphabet { a, b, c }
- Exp. rég. qui reconnaît tous les mots de quatre lettres
- Exp. rég. qui reconnaît tous les mots qui se terminent par "c"
- Exp. rég. qui reconnaît tous les mots qui ne contiennent pas de b
- Exp. rég. qui reconnaît tous les mots qui contiennent un b et un seul
- Exp. rég. qui reconnaît tous les mots qui contiennent "bac"
  
- Exp. rat. qui reconnaît tous les mots qui ne contiennent pas de "ab"

# Automates



- Talon, automate créé pour protéger Europa (-300)



- Mécanisme Antikythera (-100)

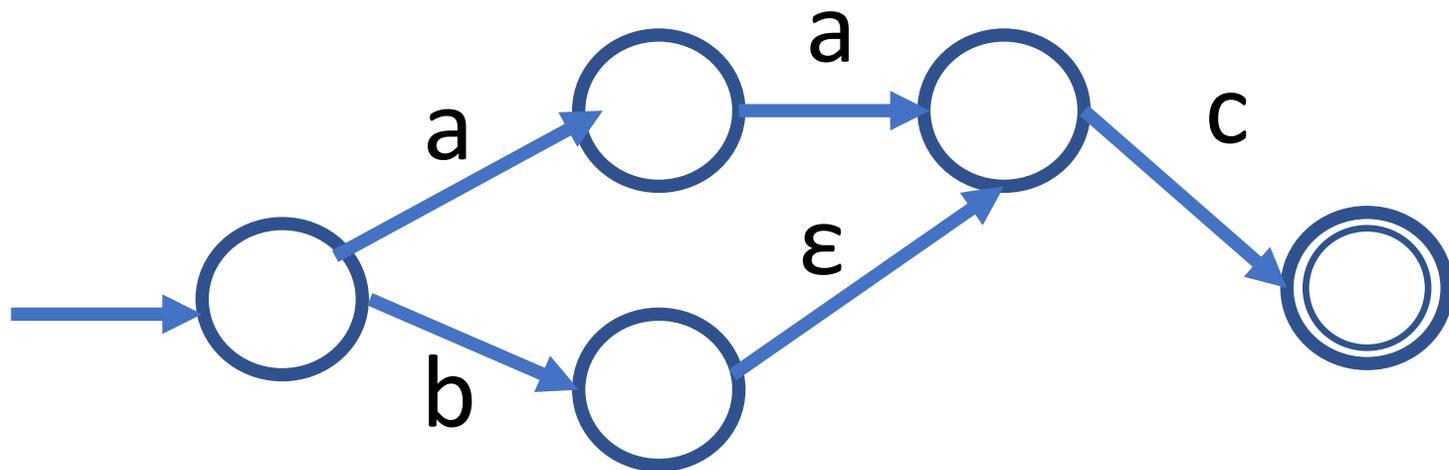


- Le turk (1784)

# Automate finis

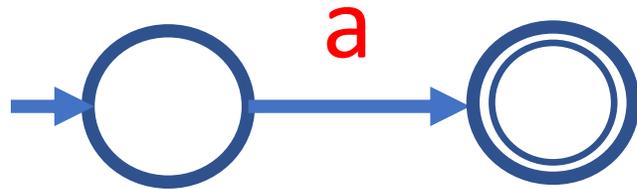
- un alphabet  $A$
- un ensemble fini d'états  $Q$
- un ensemble non vide d'états initiaux  $I$
- un ensemble non vide d'états terminaux  $T$
- un ensemble de transitions, c'est-à-dire de triplets  $(q_1, l, q_2)$  tels que  $q_1$  et  $q_2$  sont des états de  $Q$ , et  $l$  est une lettre de  $A$

# Automate fini



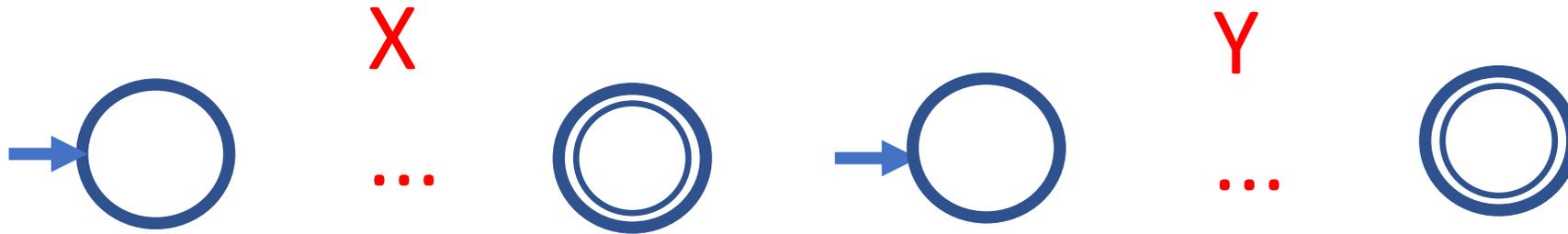
# Construction de Thompson (1955)

- Pour chaque lettre **a**, on construit l'automate :



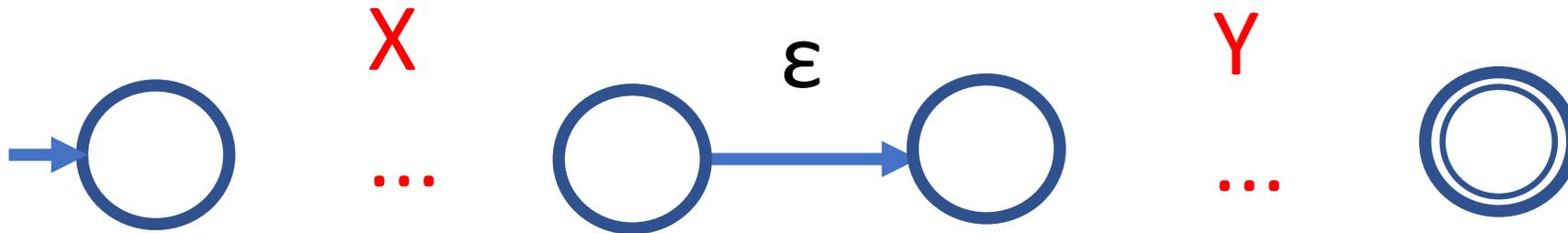
# Construction de Thompson (1955)

- Pour chaque concaténation  $XY$ , on construit l'automate :



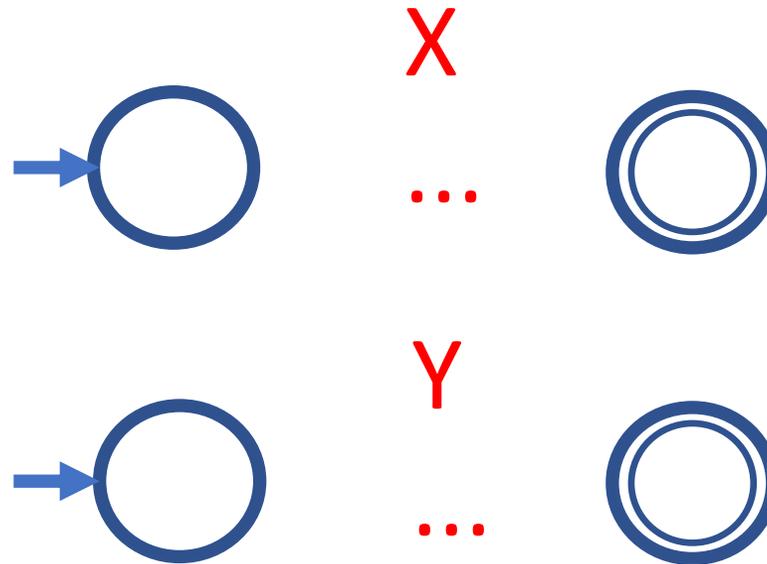
# Construction de Thompson (1955)

- Pour chaque concaténation  $XY$ , on construit l'automate :



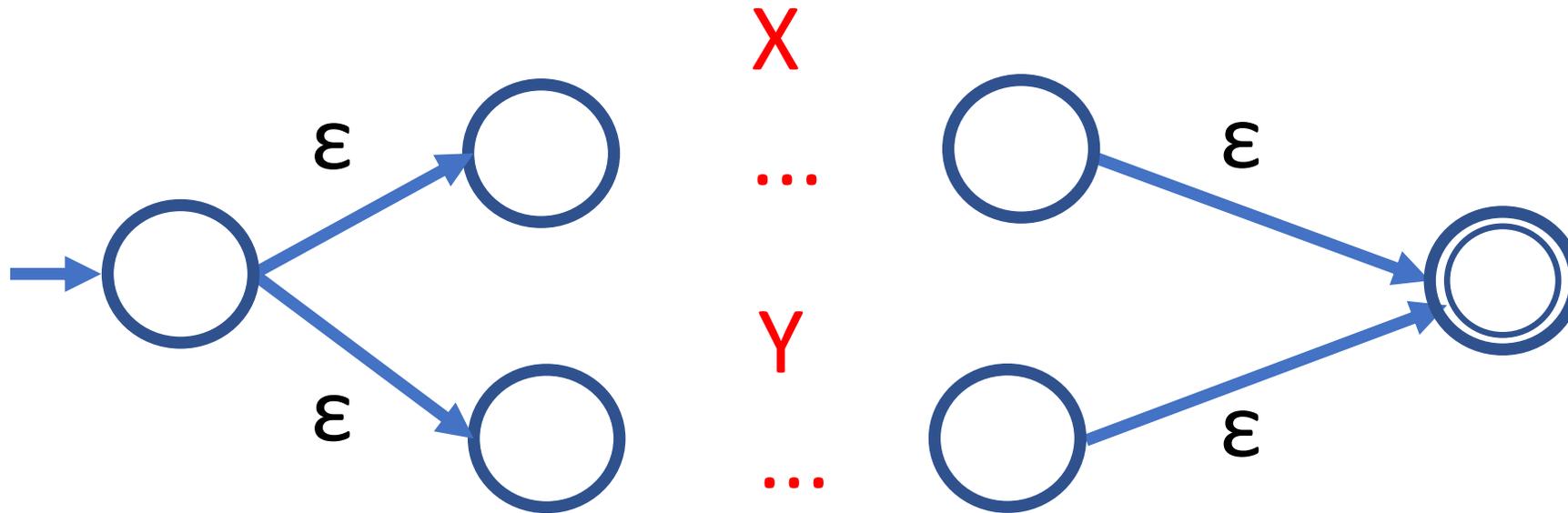
# Construction de Thompson (1955)

- Pour chaque disjonction  $X \mid Y$ , on construit l'automate :



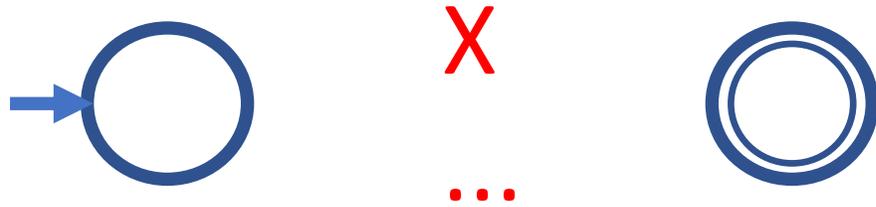
# Construction de Thompson (1955)

- Pour chaque disjonction  $X \mid Y$ , on construit l'automate :



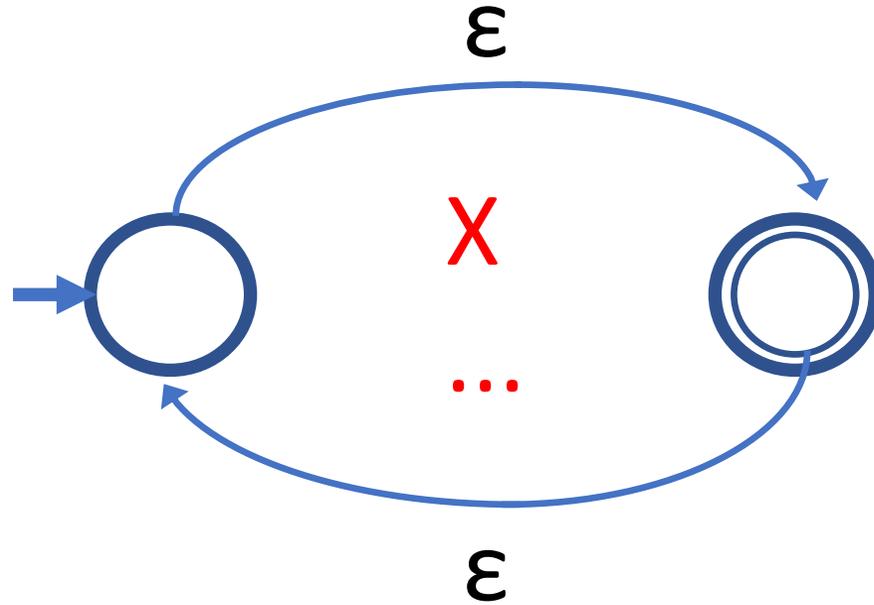
# Construction de Thompson (1955)

- Pour chaque opération de Kleene  $X^*$ , on construit l'automate :



# Construction de Thompson (1955)

- Pour chaque opération de Kleene  $X^*$ , on construit l'automate :

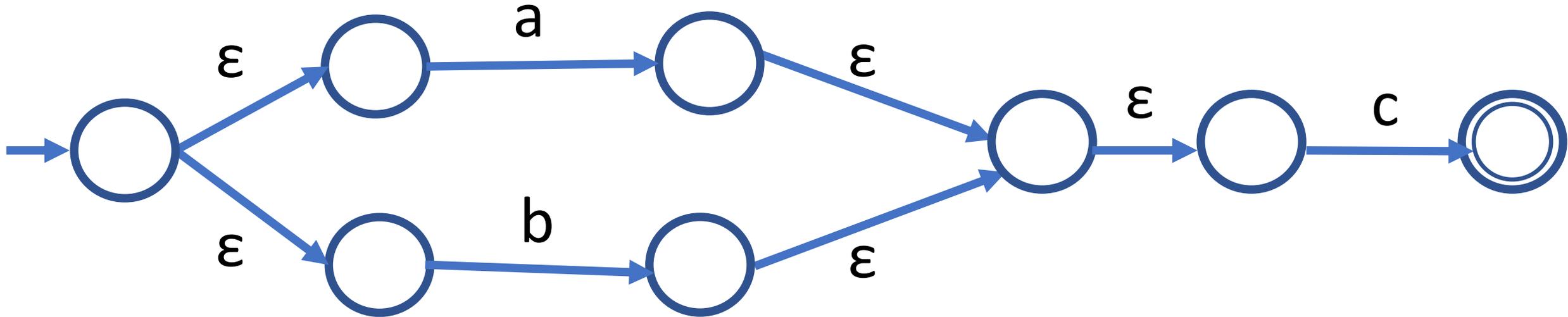


# Exercice

- Sur l'alphabet  $\{a, b, c\}$ , construire l'automate correspondant à l'expression régulière suivantes :

$(a \mid b) c$

$(a \mid b) c$



# Exercice

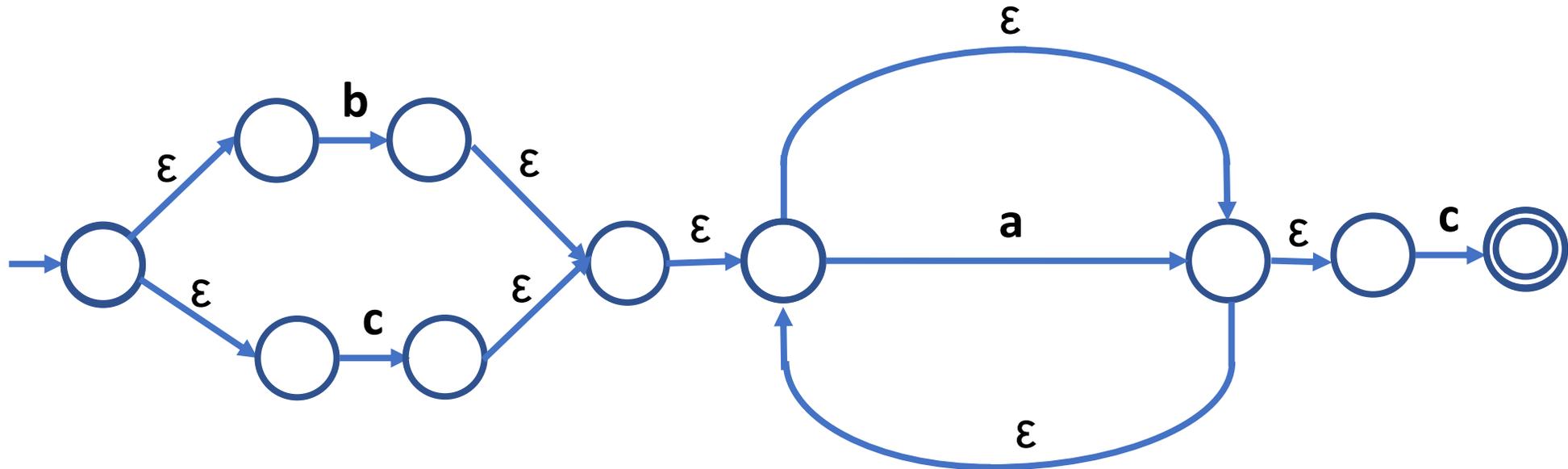
- Sur l'alphabet  $\{a, b, c\}$ , construire en suivant la méthode de Thompson l'automate fini pour l'expression régulière :

$$(b \mid c) a^* c$$

# Construction de Thompson

- Sur l'alphabet  $\{a, b, c\}$ , construire en suivant la méthode de Thompson l'automate fini pour l'expression régulière :

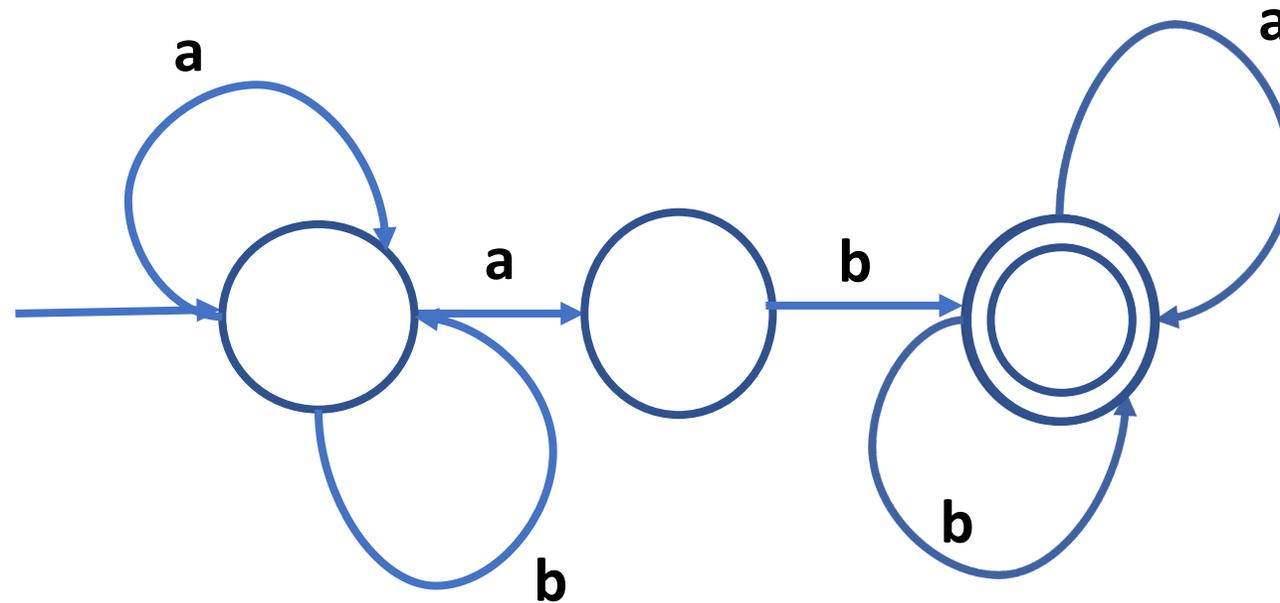
$(b \mid c) a^* c$



# Automates déterministes

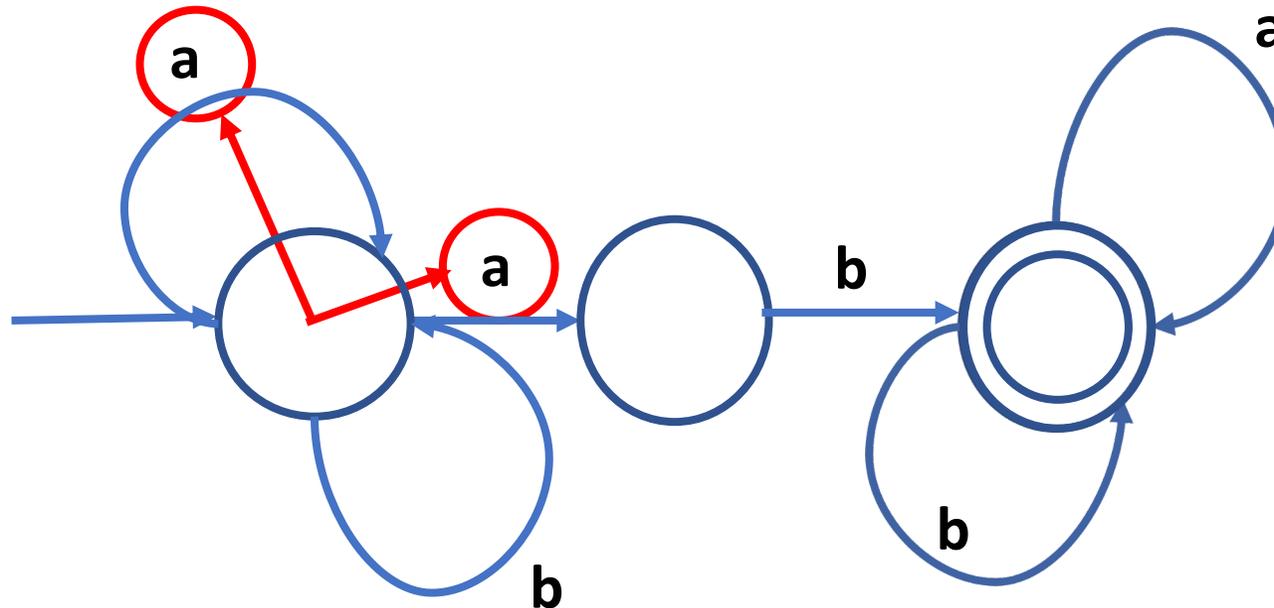
- Un automate est déterministe si :
  - il ne contient aucune transition étiquetée par  $\epsilon$
  - pour chaque état de l'automate, il n'existe au plus qu'une seule transition sortante étiquetée par une lettre donnée
- On peut déterminer tout automate

Automate fini déterministe ou non-déterministe ?

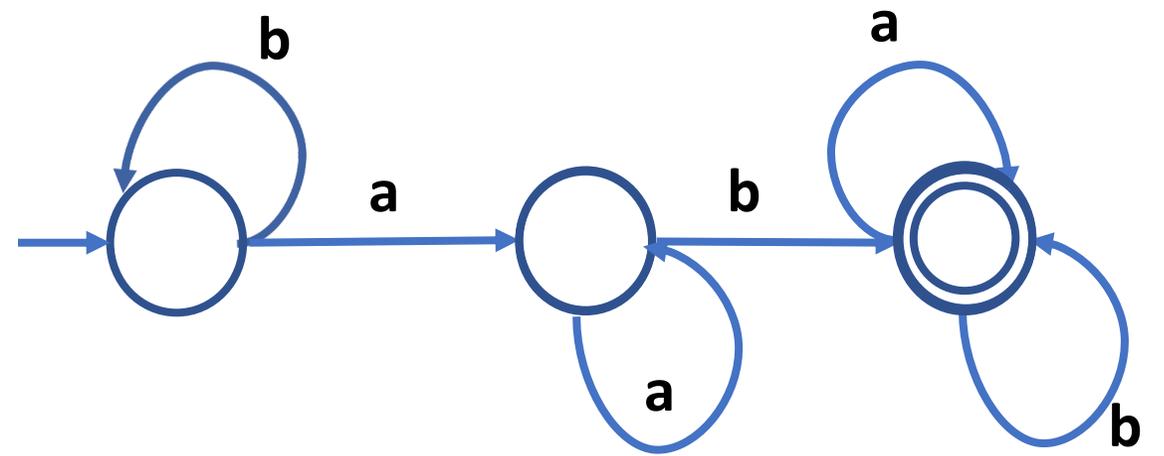
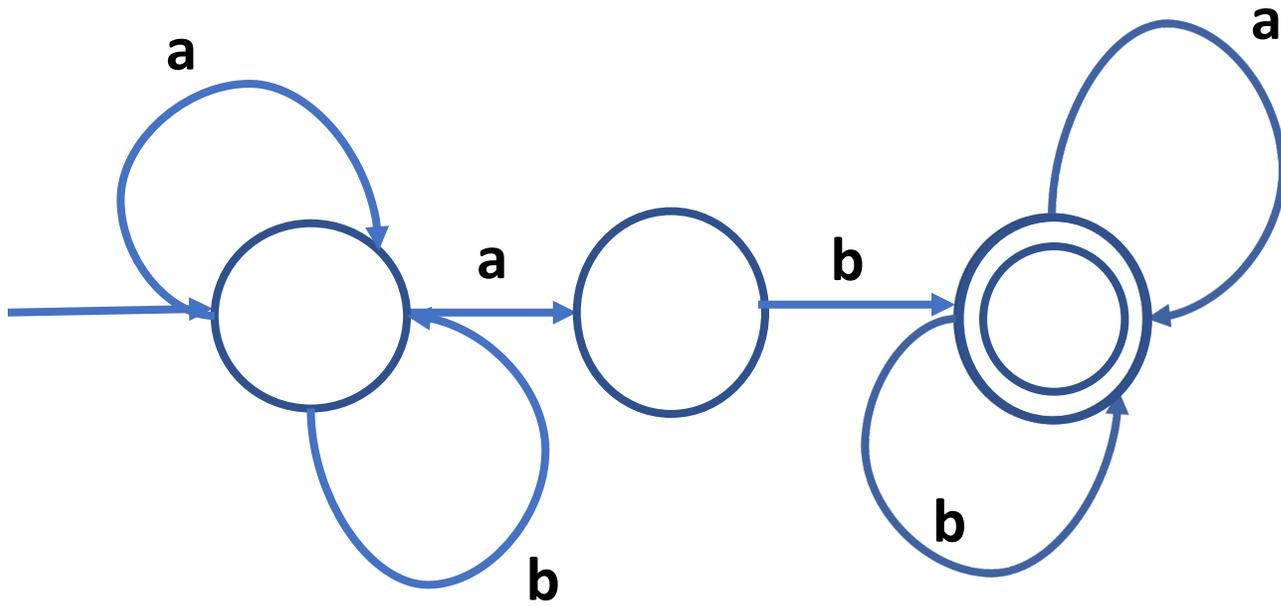


# Automate fini non-déterministe :

l'état initial contient 2 transitions sortante étiquetée par la même lettre a



# Automate déterministe équivalent



# Application des automates finis

- Représenter les entrées d'un dictionnaire de mots simples et de mots composés sous la forme d'un automate fini :

table

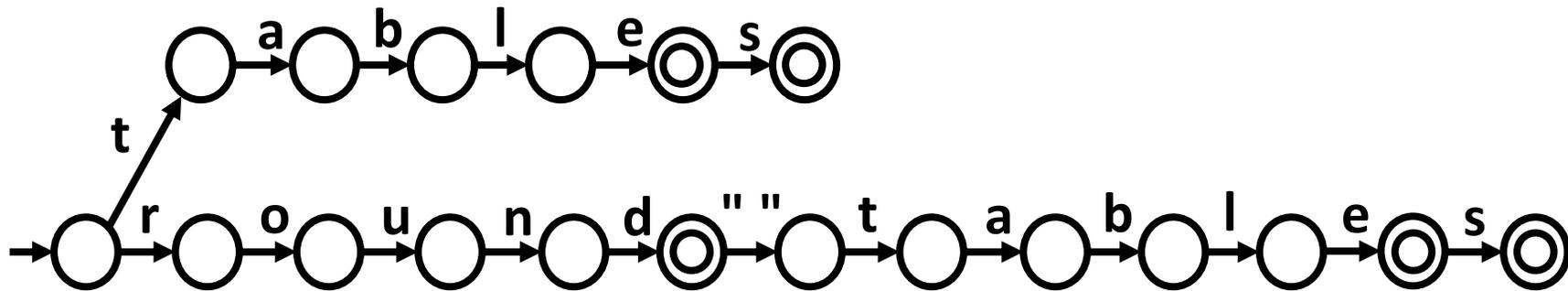
round

round table

- L'automate doit reconnaître toutes les formes : *table, tables, round table, round tables.*

# Application des automates finis

- Représenter les entrées d'un dictionnaire de mots simples et de mots composés sous la forme d'un automate fini :



Pour en savoir plus sur les grammaires régulières et les automates finis

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Automate\\_fini](https://fr.wikipedia.org/wiki/Automate_fini)